

Лапшова Татьяна Николаевна | tnl-80@mail.ru
Учитель математики
МАОУ ШИЛИ
Калининград, Россия

Методическая разработка урока по геометрии «Вписанная окружность»

Аннотация. В статье представлена методическая разработка урока, в основе которого лежит технология современной японской школы — оригами. С помощью геометрического оригами учащиеся находят решение проблемной ситуации, возникшей в ходе занятия. Учитель предлагает ученику исследовательскую задачу вместо готовой теоремы. Данный подход позволяет отойти от привычного приема «формулировка — доказательство» и достичь результата наиболее эффективным путем.

Ключевые слова: геометрическое оригами, исследовательская задача, проблемная ситуация.

Открытый урок по геометрии «Вписанная окружность» проводился в рамках областного конкурса профессионального мастерства «Учитель года-2018».

В ходе урочной деятельности планировалось:

- создать условия для самостоятельного решения проблемной задачи — вписать в треугольник окружность;

- способствовать развитию логики, навыков исследовательской деятельности, развитию критического и креативного мышления, умения сотрудничать;
- прививать самостоятельность, уверенность в собственных силах;
- развивать умение рационально использовать время.

Методы и формы педагогической работы подбирались в соответствии с учебными целями и задачами, что дало возможность добиться полной реализации намеченного: учащиеся самостоятельно определяли цель и задачи урока, формулировали новые определения, находили решение возникшей проблемы, проводили исследовательскую деятельность, выдвигали гипотезы и проверяли их на основе ранее полученных знаний.

Рациональное распределение времени на реализацию этапов занятий позволило достичь успешного освоения учащимися программного минимума и выполнить образовательные задачи.

Контроль освоения новых знаний носил обучающий характер, осуществлялся путем самооценивания по шкале, составленной педагогом.

В ходе урока была реализована возможность участия каждого ребенка в освоении новых знаний.

Конспект урока по теме «Вписанная окружность» (в соответствии с ФГОС)

Учебный предмет: геометрия.

Класс: 8.

Авторы УМК (программы учебного курса): Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев (М.: Просвещение, 2014).

Тип урока: изучение нового материала.

Цели урока: ввести понятие вписанной окружности, описанного многоугольника; сформулировать и доказать теорему об окружности, вписанной в треугольник, необходимое и достаточное условие описанного четырехугольника; сформировать умение решать задачи с применением полученной теории.

Задачи урока:

- 1) **образовательные:** определить понятие и свойство вписанной окружности;
- 2) **развивающие:** развитие критического и креативного мышления, умения сотрудничать, умения анализировать полученную информацию и делать выводы, развивать пространственное воображение;
- 3) **воспитательные:** воспитание ответственности, уверенности в себе, навыков адекватной самооценки.

Планируемые результаты:

- **предметные умения:** умеют распознавать вписанную окружность, формулировать и доказывать теорему о вписанной окружности, свойство описанного четырехугольника с помощью геометрического оригами, выдвигать гипотезы и доказывать их, применять полученные знания при решении задач;
- **познавательные УУД:** устанавливают причинно-следственные связи между объектами; структурируют информацию; участвуют в поиске способов решения проблем; пытаются достроить недостающие элементы;
- **коммуникативные УУД:** проявляют уважительное отношение к одноклассникам и их мнению, налаживают сотрудничество с учителем и сверстниками;
- **регулятивные УУД:** формулируют цель урока, определяют последовательность промежуточных целей с мониторингом окончательного результата; оптимизируют совместную деятельность. В диалоге с учителем учатся вырабатывать критерии оценки и определять степень успешности выполнения своей работы;
- **личностные УУД:** обосновывают свои действия; выражают решимость в любой обстановке поступать в соответствии с традиционными правилами поведения. Реализуют рефлексию, возможность к саморазвитию (анализируют собственную учебную деятельность: эффективность, самостоятельность, предприимчивость, ответственность, причины неудач).

Термины и понятия: окружность, вписанная в треугольник, в многоугольник; теорема об окружности, вписанной в треугольник, необходимое и достаточное условие описанного четырехугольника.

Формы работы — фронтальная, парная, индивидуальная.

Образовательные ресурсы — мультимедийная доска с доступом к сети интернет, проектор, колонки, ноутбуки с выходом в интернет, рабочие листы, раздаточный материал, вырезанные из цветной бумаги треугольник, ромб, квадрат, прямоугольник, произвольный четырехугольник.

Ход урока

Этап 1. Организационный момент

Цель деятельности — создание благоприятной психологической атмосферы в классе, пробуждение интереса у учащихся.

Приветственное слово учителя:

— Добрый день, ребята! Рада всех вас видеть, желаю всем продуктивной работы! Наш урок хочу начать с загадки. Это японское слово происходит от двух слов. Первое означает «складной», второе — «бумага». Что это за слово?

Учащиеся ищут разгадку (правильный ответ: оригами).

— Действительно, оригами! В современной японской школе оригами — школьный предмет. Японский школьник, «занимаясь геометрическими построениями, (...) просто не может ограничиться европейским подходом. Ему совершенно непонятно, почему бумага не участвует в работе» [Цит. по: 2, с. 9]. Мы тоже попробуем провести некоторые доказательства с помощью оригами, поэтому главным нашим инструментом на сегодняшнем уроке будет бумага.

Этап 2. Изучение нового материала

Включение в активную деятельность, формулировка учащимися цели урока.

— Для разминки я попрошу вас выполнить одно задание.

Учитель предлагает учащимся разгадать головоломку — зашифрованное высказывание Альберта Эйнштейна «Все должно быть сделано так просто, как только возможно, но не проще» (рисунки 1) [Цит. по: 1, с. 21]. Учащиеся работают с раздаточным материалом. При выполнении задания ребята принимают самостоятельное решение о пути его выполнения. (Некоторые пытаются решить проблему с помощью ножниц — вырезают нужные элементы, а затем накладывают их на основное поле. Такой способ не возбраняется, но, как показывает практика, задание выполняется быстрее, если сопоставлять нужные цвета.)



Рисунок 1 — Иллюстрация из книги И. Московича «Движущийся квадрат»

После выполнения задания учитель задает вопросы по рисунку 1:

- Что изображено в верхнем левом углу? (Квадрат, в нем окружность, круг.)
- Что вы можете сказать об окружности и сторонах квадрата? (Стороны квадрата касаются окружности.)
- Сформулируйте, пожалуйста, тему урока. («Вписанная окружность».)
- Попробуйте сформулировать цель урока. (Познакомиться с понятиями вписанной окружности и описанного многоугольника, рассмотреть их свойства, доказать теоремы.)

- Кто может сформулировать определение вписанной окружности, описанного многоугольника? (Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник — описанным около этой окружности.)

Актуализация полученных ранее знаний
Учащимся предлагается пройти тестирование с помощью Google формы по теме «Касательная к окружности». Для этого необходимо выполнить вход в Google-аккаунты, перейти по короткой ссылке <https://goo.gl/Qx4Lke> и пройти

тестирование. После выполнения теста на экран выводится статистика ответов и разбираются ошибки.

Создание проблемной ситуации

Учитель предлагает ребятам взять из раздаточного материала вырезанный из цветной бумаги треугольник и с помощью циркуля попробовать вписать в него окружность.

Учащиеся пытаются вписать в треугольник окружность. Задание должно вызвать затруднение, так как в настоящий момент ребята еще не знают, где находится центр вписанной окружности.

Поиск решения возникшей проблемы

Учащиеся под руководством педагога

работают с бумажными треугольниками и ищут ответ на вопрос о местонахождении центра вписанной в треугольник окружности.

Алгоритм действий:

1. Докажем, что в любой треугольник можно вписать окружность.
2. Построим биссектрисы углов нашего бумажного треугольника ABC. Для этого будем перегибать треугольник так, чтобы одна сторона «шла» по другой стороне. То есть для построения биссектрисы угла A перегнем лист бумаги так, чтобы сторона AC пошла по стороне AB. Прделаем это действие для каждого угла. Получим точку пересечения биссектрис O (рисунок 2).

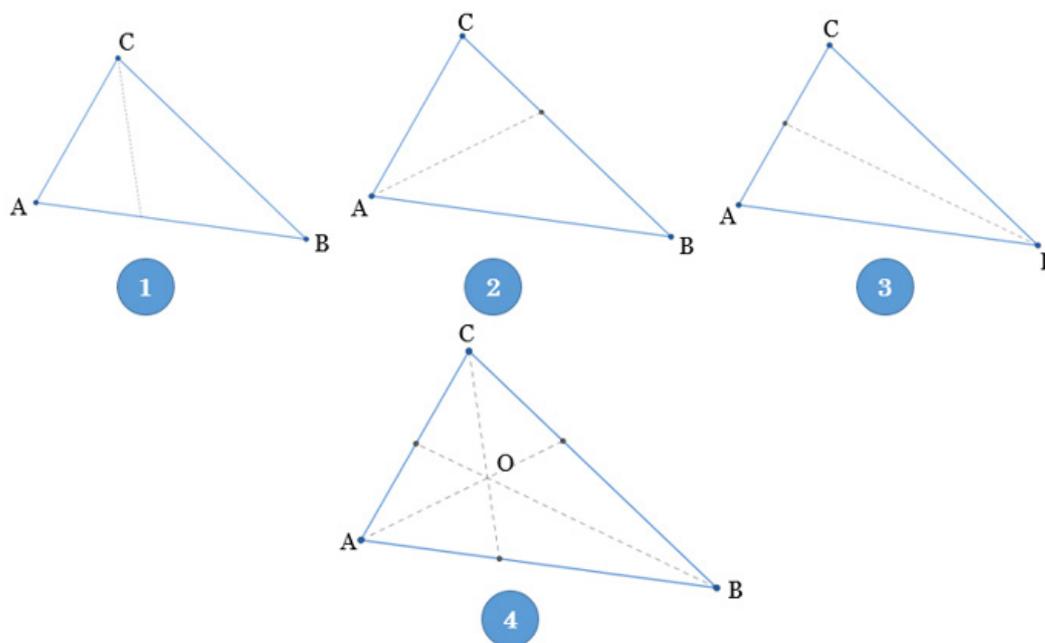


Рисунок 2 — Схема построения биссектрис треугольника

3. «Проведем» из точки O перпендикуляры OK , OL , OM соответственно к сторонам AB , BC и CA . Для построения перпендикуляра OK будем перегибать лист бумаги таким образом, чтобы линия сгиба проходила через точку O , при этом части стороны

треугольника, к которой проводится перпендикуляр, накладываются друг на друга. Получим точку K — основание перпендикуляра OK . Повторим эту процедуру для других сторон. Получим перпендикуляры OL , OM (рисунок 3).

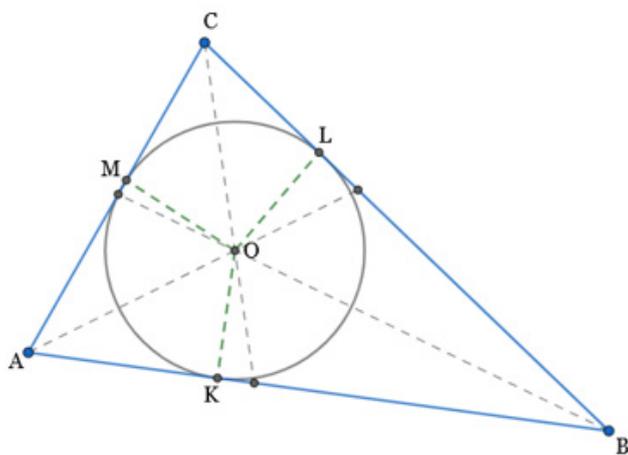


Рисунок 3 — Построение перпендикуляров из точки O к сторонам треугольника

4. Так как точка равноудалена от сторон треугольника ABC (объясните, почему?), то $OK=OL=OM$. Поэтому окружность с центром O радиуса OK проходит через точки K , L и M .
5. Стороны треугольника ABC касаются этой окружности в точках K , L и M , так как $OK \perp AB$, $OL \perp BC$, $OM \perp AC$. Значит, окружность с центром O радиуса OK является вписанной в треугольник ABC . Теорема доказана.

Решение с помощью полученных знаний об оригами проблемы, возникшей в начале урока (вписать в треугольник окружность).

Учитель предлагает учащимся, используя полученные знания об оригами, попробовать вписать в треугольник окружность.

Решение исследовательской задачи.
Учащиеся исследуют четырехугольник (один из четырех предложенных: квадрат, ромб, прямоугольник, произвольный четырехугольник), вырезанный из цветной бумаги: путем сложения находят центр вписанной окружности, вписывают окружность, исследуют на равенство суммы противоположных сторон четырехугольника, заполняют таблицу 1.

Таблица 1 – Исследование описанных четырехугольников

Четырехугольник	Получилось ли путем сложения найти центр окружности? Да / нет	Получилось ли вписать окружность? Да / нет	Запиши сумму первой пары противоположных сторон (стороны измерь линейкой)	Запиши сумму второй пары противоположных сторон (стороны измерь линейкой)	Сравни с помощью знаков «=» или «≠» полученные суммы
Квадрат					
Прямоугольник					
Ромб					
Произвольный четырехугольник					

Формулировка учащимися гипотезы, проведение доказательства гипотезы, формулировка обратного утверждения.

Учитель предлагает на основе исследований предположить, как будут связаны между собой суммы противоположных сторон в описанном четырехугольнике. Заслушав ответы учащихся, учитель предлагает доказать

сформулированную гипотезу и высказать обратное утверждение.

Далее учащимися формулируется гипотеза: «В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны».

С помощью рисунка 4 проводят доказательство выдвинутой гипотезы и формулируют обратное утверждение.

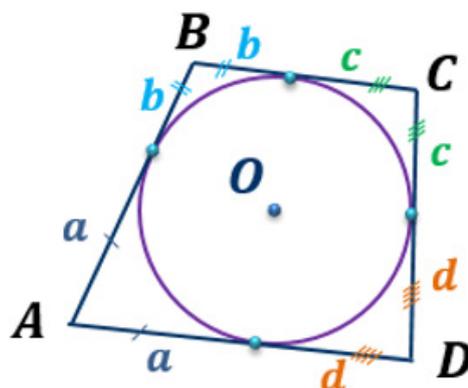


Рисунок 4 – Чертеж к доказательству необходимого условия описанного четырехугольника

Доказательство:

На чертеже одинаковыми буквами обозначены равные отрезки касательных.

$$AB+CD=a+b+c+d,$$
$$BC+AD= a+b+c+d,$$

поэтому $AB+CD=BC+AD$, что и требовалось доказать.

Оказывается, верно и обратное утверждение: *если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.*

Этап 3. Закрепление полученных знаний

Учащиеся самостоятельно решают задачи из учебника: № 691, № 693(а). Учитель контролирует правильность решения задач.

Этап 4. Подведение итогов урока

Учитель подводит итоги урока, проводит инструктаж по домашнему заданию. Учащиеся оценивают свою работу на уроке по заданным критериям, подсчитывают баллы, оценивают свою работу на уроке.

Критерии оценивания работы для учащихся:

- Разгадана головоломка – 1 балл.
- Самостоятельно сформулирована тема урока – 1 балл.
- Самостоятельно сформулирована цель урока – 1 балл.

- Самостоятельно сформулировано определение вписанной окружности – 1 балл.
- Самостоятельно сформулировано определение описанного многоугольника – 1 балл.
- Безошибочно выполнено исследование своего четырехугольника – 2 балла.
- Сформулирована гипотеза – 1 балл.
- Доказана гипотеза – 2 балла.
- Сформулировано обратное утверждение – 1 балл.
- Решен № 691 – 1 балл.
- Решен № 693а – 2 балла.

12-14 баллов – «5», 9-11 баллов – «4», 6-7 баллов – «3».

Список литературы

1. Москович, И. Движущийся квадрат / И. Москович; пер. с англ. С. А. Куприяновой. – М.: ООО ТД «Издательство Мир Книги», 2007. – 128 с.
2. Хага, К. Оригамика. Геометрические опыты с бумагой / К. Хага; под ред. М. Исода, И. Р. Высоцкого; пер. с яп. И. Р. Высоцкого, Е. В. Логиновой. – 2-ое изд., испр. – М.: МЦНМО, 2014. – 160 с.

Tatiana N. Lapshova
MAOU SHILI
Kaliningrad, Russia

Geometry lesson packet “Inscribed circle”

Abstract. *The article presents Geometry lesson packet, which is based on the technology of the modern Japanese school*

— origamics. Using geometric origami, students find a solution to a problem situation that arose during the lesson. The teacher offers the student a research problem instead of a ready-made theorem. This approach allows to change the usual technique of “formulation-argument” and to achieve the result in the most effective way.

Keywords: *geometric origami, research problem, problem situation.*